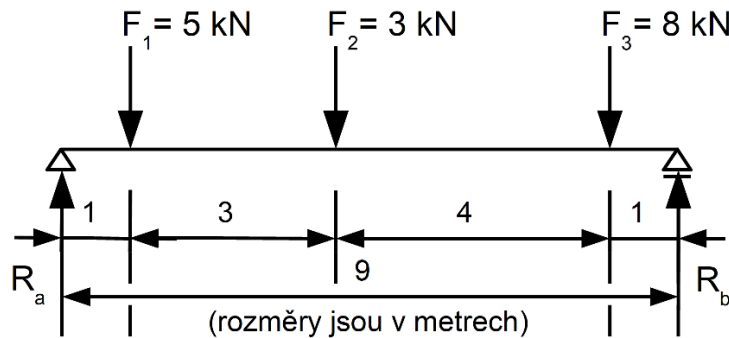


Vnitřní síly

Postup výpočtu pro prostý nosník v hodině číslo 5.

Obrazce vnitřních sil – výpočty a grafické zakreslení vnitřních sil.

Naším úkolem je vykreslit průběh vnitřních sil na zadaném prostém nosníku.



Řešení:

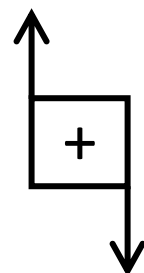
1. Narýsujeme si nosník v měřítku délek (pro účely výuky postačuje náčrt od ruky). Délka paprsků sil v měřítku být nemusí. Z podpor a z působíště každé síly spustíme čárkovanou kolmici (kolmá na osu nosníku) směrem dolů. Poslouží nám jako vodítka k vykreslení vnitřních sil.
2. Vypočítáme reakce. Viz první ročník nebo 5. hodina 2. ročníku.

$$R_a = 7 \text{ kN} \quad R_b = 9 \text{ kN}$$

3. Normálové síly (rovnoběžné s osou nosníku, tj. vodorovné) nejsou zadány. Proto na celém nosníku má normálová síla hodnotu 0 a nemusíme ji vykreslovat.
4. Vykreslíme posouvající síly (kolmé na osu nosníku, tj. svislé). Musíme se rozhodnout, zda budeme vykreslovat zleva nebo zprava. My si ukážeme obojí.

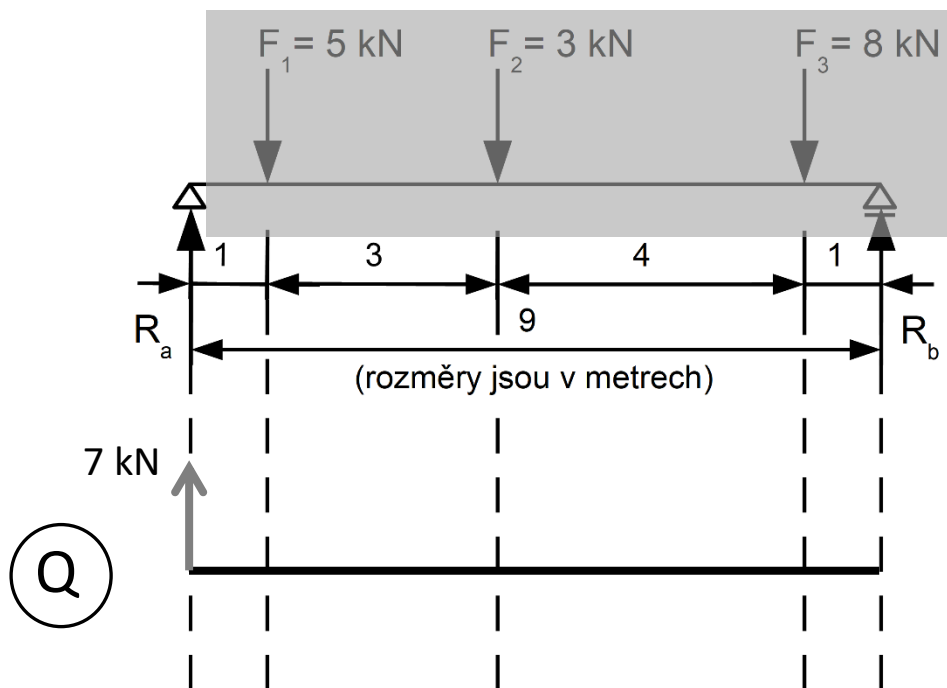
Při vykreslování dbáme na konvenci:

To znamená, pokud vykreslujeme zleva, jsou kladné síly ty, které směřují nahoru. Pokud vykreslujeme zprava, jsou kladné síly ty, které směřují dolů.

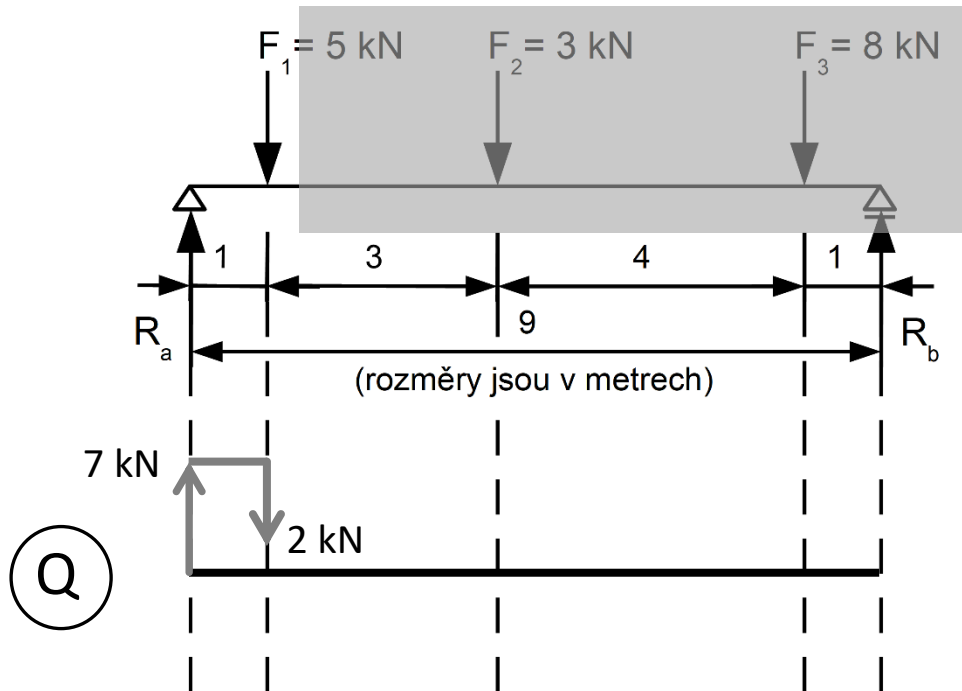


a) Vykreslení posouvajících sil zleva.

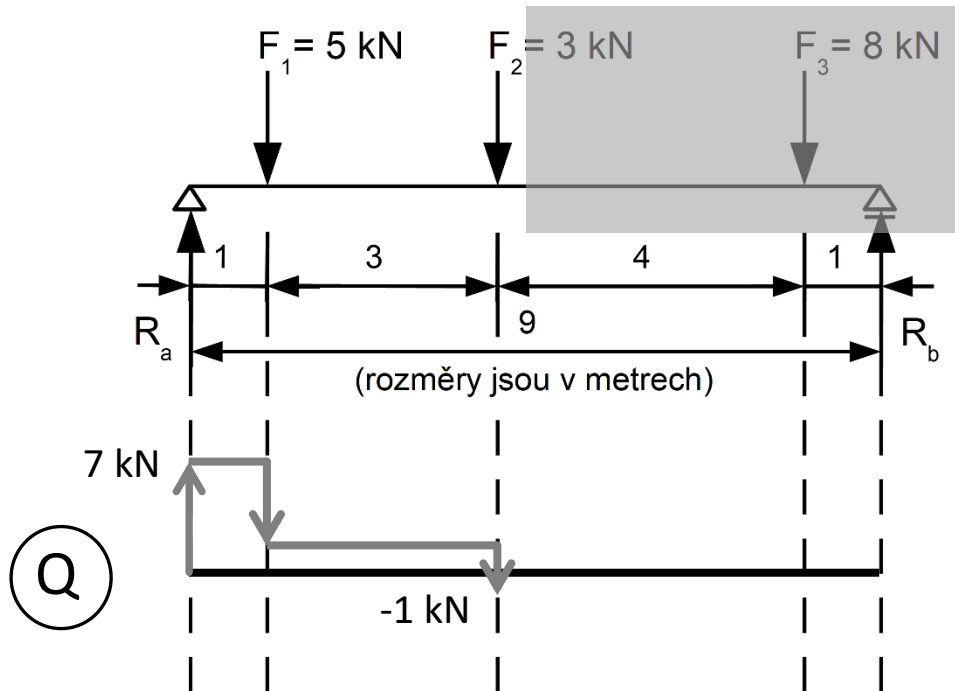
Zakryjeme celý nosník a necháme odkrytou jen první sílu zleva (reakce R_a). Síly za šedivým obdélníkem ignorujeme. Nakreslíme si osu nosníku. Odkrytá reakce směřuje nahoru a je tedy kladná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme reakci směrem nahoru (ve výuce můžeme pracovat od ruky).



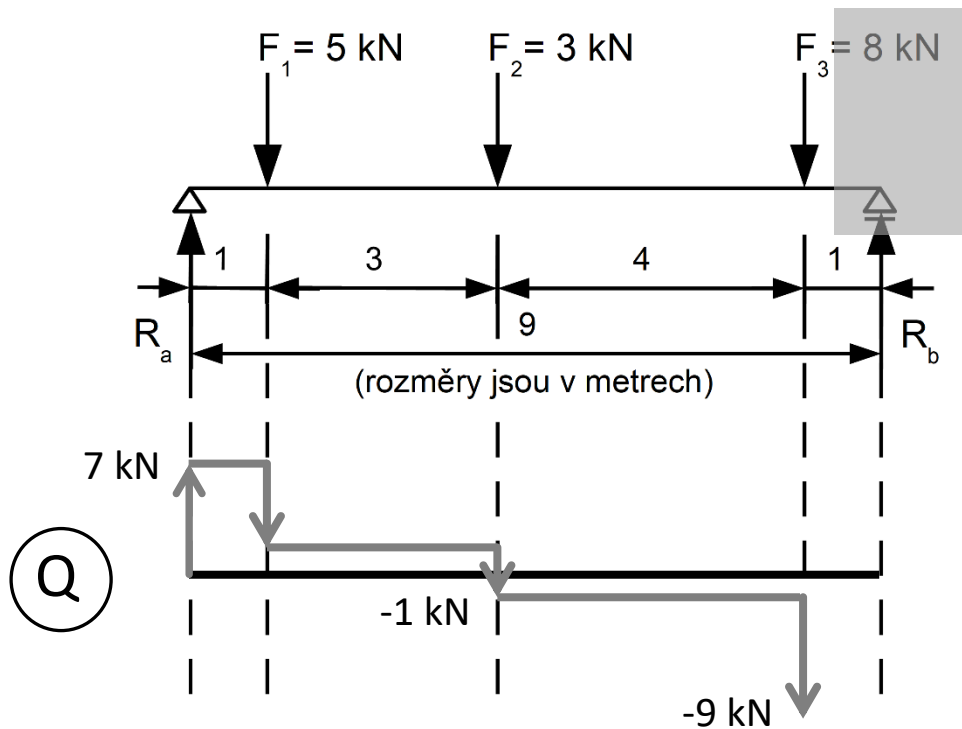
Zakrytí nosníku odsouváme tak daleko, dokud nenarazíme na další sílu nebo zatížení. Narazíme na sílu F_1 . Odkrytá síla směřuje dolů a je tedy záporná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme sílu směrem dolů, tudíž ji vlastně odečteme od reakce. Protože mezi reakcí a silou není žádné silové působení, tvoří průběh posouvající síly vodorovná přímka.



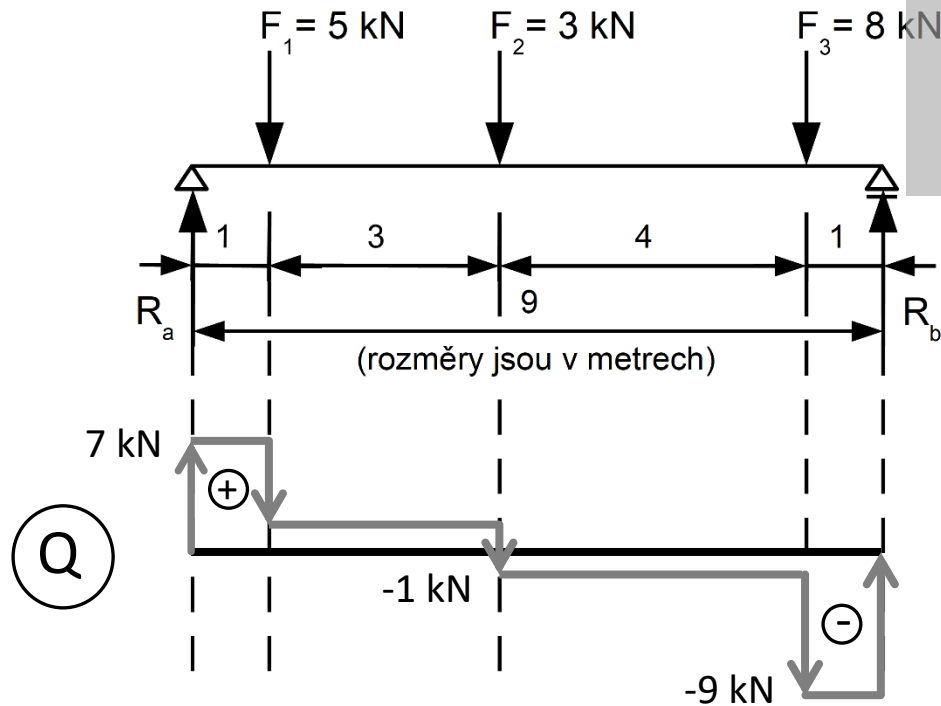
Zakrytí nosníku opět odsouváme až k další síle. Narazíme na sílu F_2 . Odkrytá síla směřuje dolů a je tedy záporná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme sílu směrem dolů, tudíž ji vlastně odečteme od hodnoty v působišti síly F_1 . Protože mezi silami není žádné silové působení, tvoří průběh posouvající síly vodorovná přímka.



Zakrytí nosníku opět odsouváme až k další síle. Narazíme na sílu F_3 . Odkrytá síla směřuje dolů a je tedy záporná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme sílu směrem dolů, tudíž ji vlastně odečteme od hodnoty v působišti síly F_2 . Protože mezi silami není žádné silové působení, tvoří průběh posouvající síly vodorovná přímka.



Zakrytí nosníku opět odsouváme až k další síle. Narazíme na reakci R_b . Odkrytá síla směřuje nahoru a je tedy kladná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme sílu směrem nahoru, tudíž ji vlastně přičteme k hodnotě v působišti síly F_3 . Protože mezi silami není žádné silové působení, tvoří průběh posouvající síly vodorovná přímka. Pokud máme výpočet správně, musí být obrazec uzavřený a posouvající síla vyjít 0 (na konci nosníku).

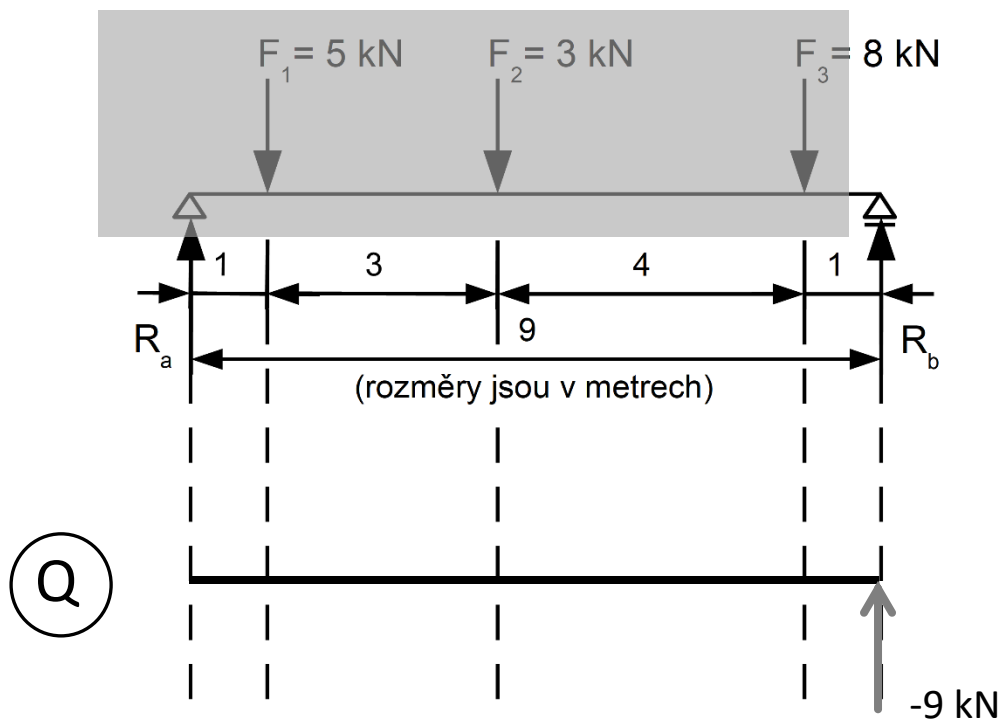


Máme hotovo!

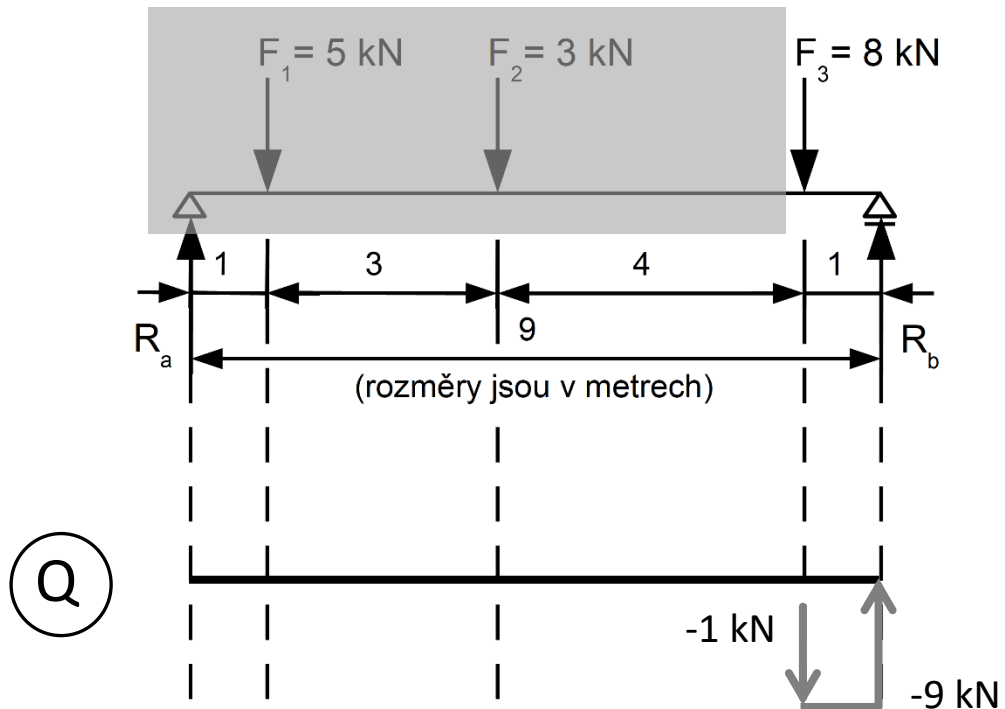
b) Vykreslení posouvajících sil zprava.

POZOR!!! Dle konvence kladné síly směřují dolů, na rozdíl od vykreslování zleva.

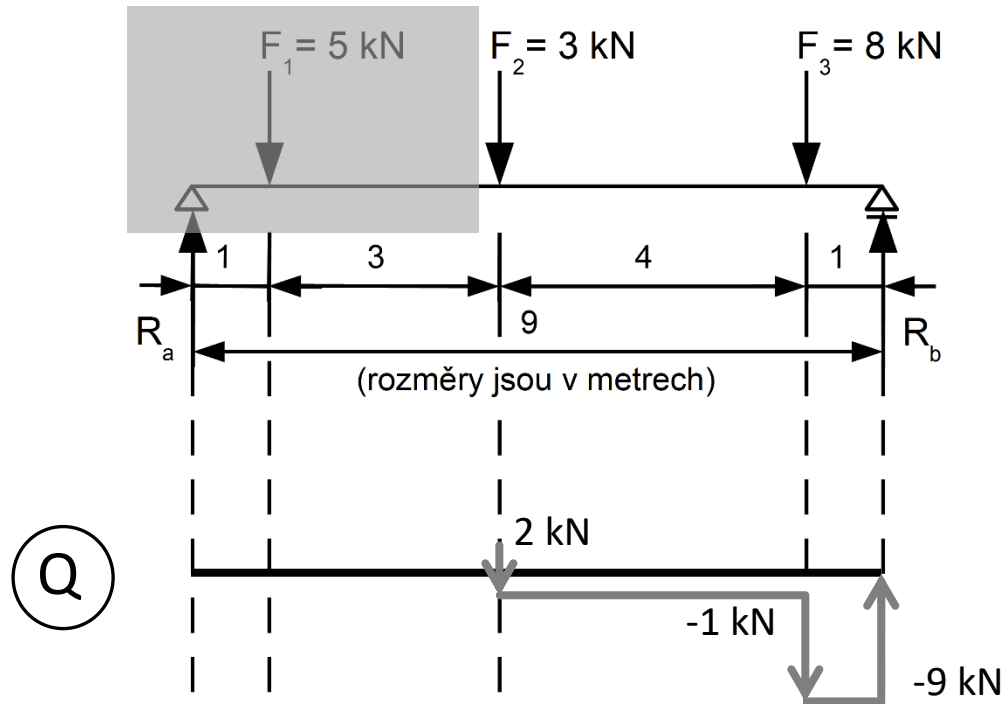
Zakryjeme celý nosník a necháme odkrytou jen první sílu zprava (reakce R_b). Síly za šedivým obdélníkem ignorujeme. Nakreslíme si osu nosníku. Odkrytá reakce směřuje nahoru a je tedy záporná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme reakci směrem dolů, ale ponecháváme šipku (vždy!) dle skutečného směru reakce/síly.



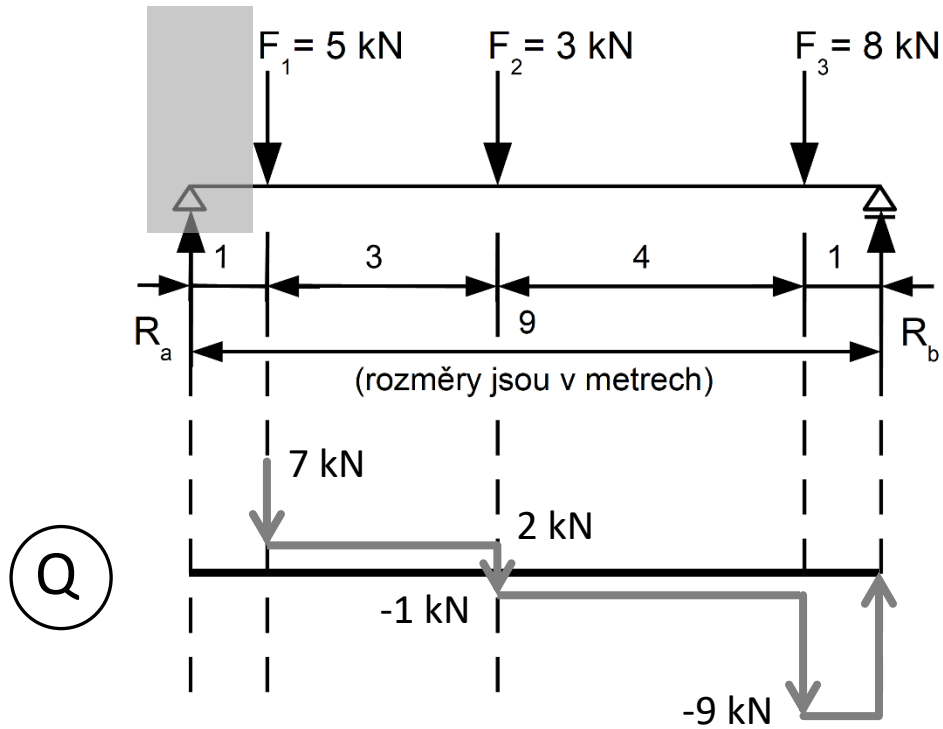
Zakrytí nosníku odsouváme tak daleko, dokud nenarazíme na další sílu nebo zatížení. Narazíme na sílu F_3 . Odkrytá síla směřuje dolů a je tedy kladná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme sílu směrem nahoru, tudíž ji vlastně přičteme k reakci. Protože mezi reakcí a silou není žádné silové působení, tvoří průběh posouvající síly vodorovná přímka.



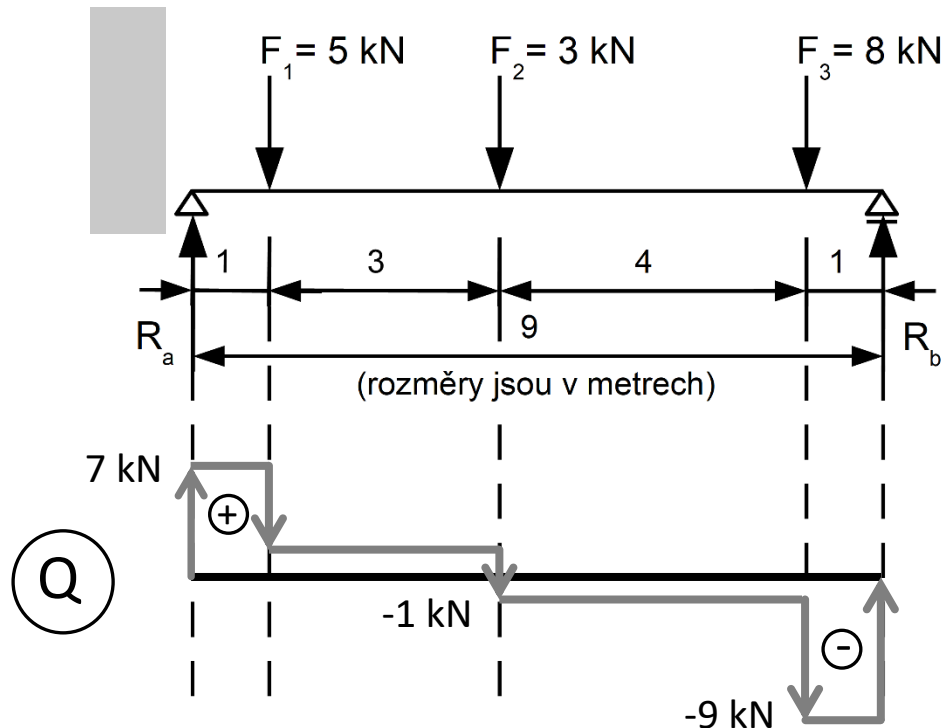
Zakrytí nosníku opět odsouváme až k další síle. Narazíme na sílu F_2 . Odkrytá síla směřuje dolů a je tedy kladná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme sílu směrem nahoru, tudíž ji vlastně přičteme k hodnotě v působišti síly F_3 . Protože mezi silami není žádné silové působení, tvoří průběh posouvající síly vodorovná přímka.



Zakrytí nosníku opět odsouváme až k další síle. Narazíme na sílu F_1 . Odkrytá síla směřuje dolů a je tedy kladná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme sílu směrem nahoru, tudíž ji vlastně přičteme k hodnotě v působišti síly F_2 . Protože mezi silami není žádné silové působení, tvoří průběh posouvající síly vodorovná přímka.



Zakrytí nosníku opět odsouváme až k další síle. Narazíme na reakci R_a . Odkrytá síla směřuje nahoru a je tedy záporná. Proto ve zvoleném měřítku vyneseme sílu směrem dolů, tudíž ji vlastně odečteme od hodnoty v působišti síly F_1 . Protože mezi silami není žádné silové působení, tvoří průběh posouvající síly vodorovná přímka. Pokud máme výpočet správně, musí být obrazec uzavřený a posouvající síla vyjít 0 (na konci nosníku).



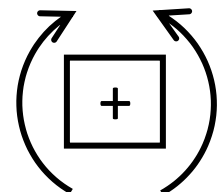
Máme hotovo!

Jak vidíte, dospěli jsme k úplně stejnému obrazci posouvající síly. V praxi volíme směr postupu tak, aby vykreslení bylo co nejjednodušší. Můžeme také kombinovat část vykreslení zleva a část zprava.

5. Vykreslíme ohybové momenty. Musíme se rozhodnout, zda budeme vykreslovat zleva nebo zprava. My si ukážeme obojí.

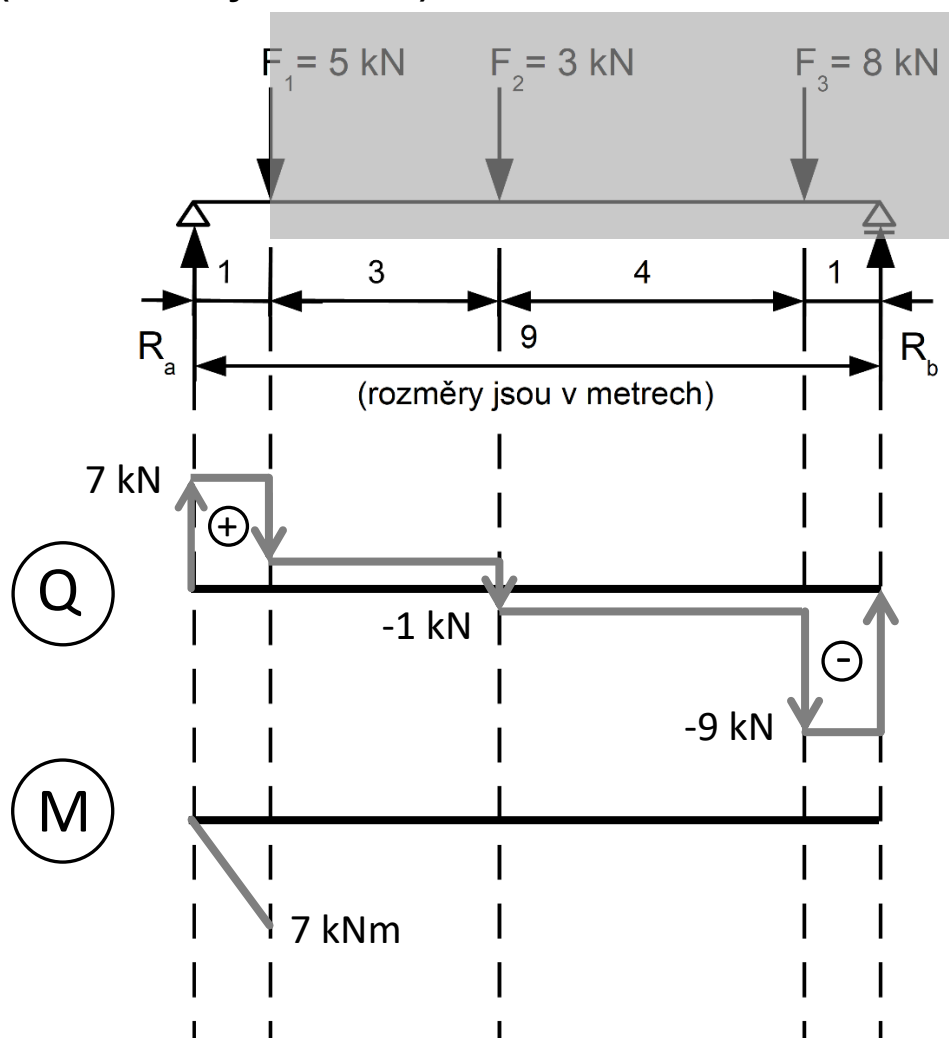
Při vykreslování dbáme na konvenci:

To znamená, pokud vykreslujeme zleva, jsou kladné momenty ty, které otáčí ve směru hodinových ručiček. Pokud vykreslujeme zprava, jsou kladné síly ty, které otáčí proti směru hodinových ručiček.



a) Vykreslení ohybových momentů zleva.

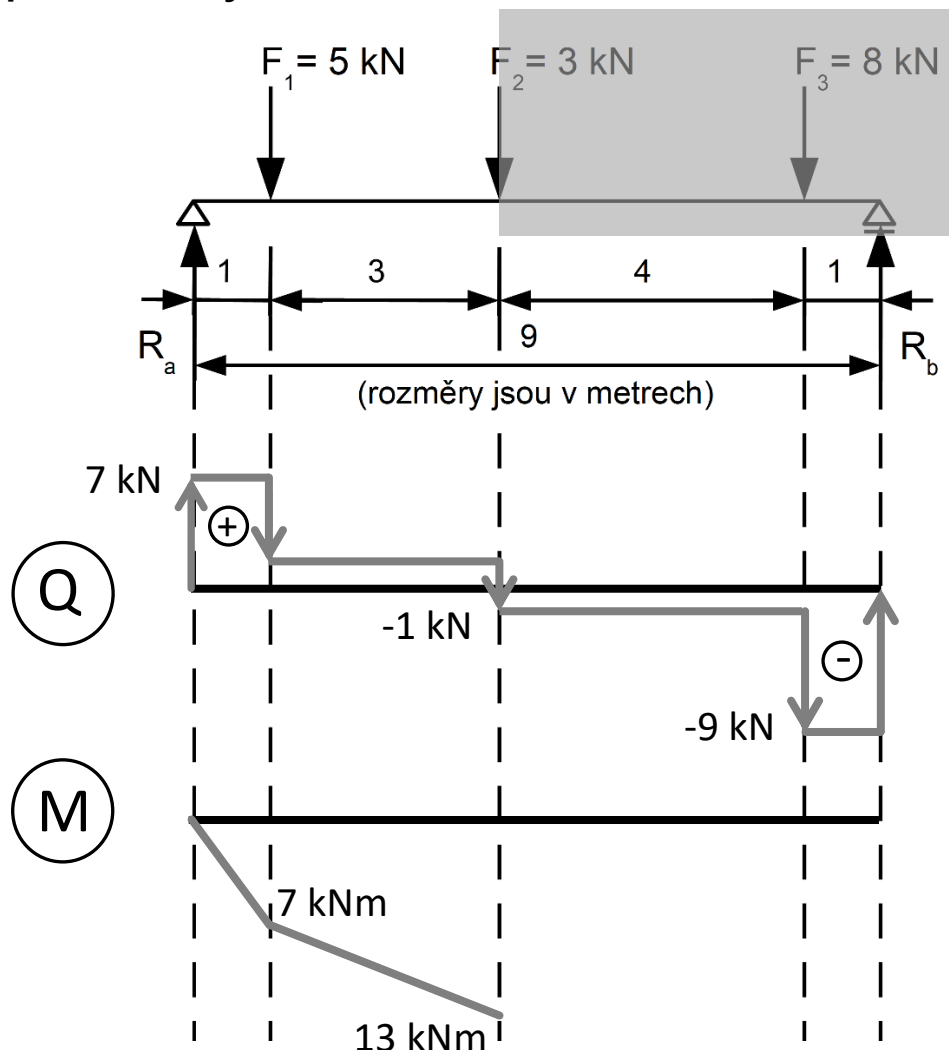
Zakryjeme celý nosník a necháme odkrytou jen levou část po druhou sílu zleva. Opět si připravíme osu nosníku, tentokrát pod obrázek posouvajících sil. Na odkryté části působí pouze reakce R_a . Reakce vyvozuje na odkryté části ohybový moment, jehož velikost je rovna násobku reakce a jejího ramena. Rameno se posouváním zakrývajících obdélníků zvětšuje. Vždy se rameno stanovuje jako vzdálenost okraje zakrývajících obdélníků a reakce (síly). V tomto případě bude střed otáčení v působišti síly F_1 . Rameno reakce 1 m. Sílu F_1 nebereme v potaz, protože má nulové rameno (působí ve středu otáčení). Protože mezi silami R_a a F_1 nepůsobí žádné spojité zatížení, bude průběh ohybového momentu tvořit šikmá přímka. Šikmá proto, že velikost momentu narůstá přímo úměrou se vzdáleností od podpory. Protože s působištem síly F_1 otáčí reakce ve směru hodinových ručiček, vyvozuje kladný moment, který u prostého nosníku vynášíme směrem dolů (strana tažených vláken).



Výpočet momentu v místě síly F_1 :

$$M_{F_1} = R_a \cdot 1 = 7 \cdot 1 = 7 \text{ kNm}$$

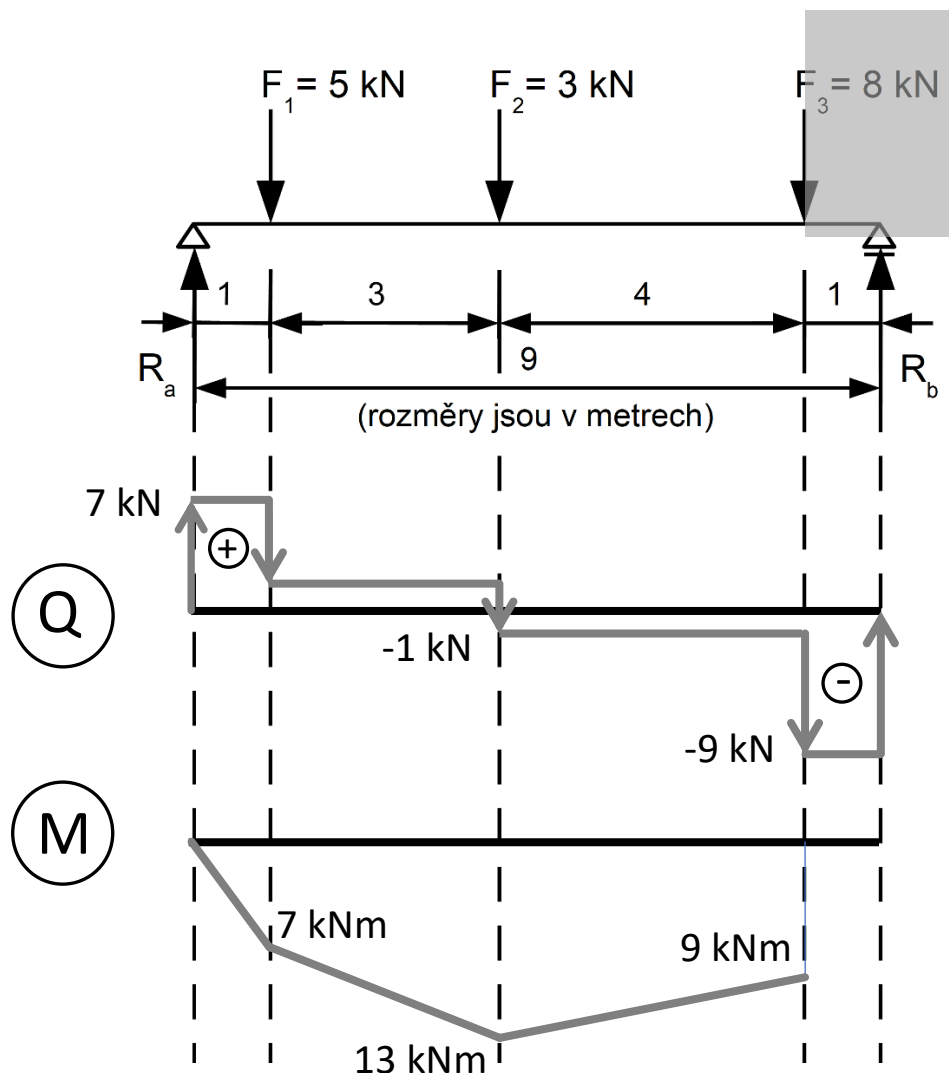
Postupně odkrýváme nosník směrem doleva. Odkryjeme nosník až po sílu F_2 . Nyní na odkryté části vyvozuje kladný ohybový moment reakce R_a a záporný ohybový moment síla F_1 . Oba momenty působí proti sobě, proto mezi silami F_1 a F_2 bude průběh ohybového momentu méně šikmý. Veškeré vzdálenosti (ramena) sil měříme od příslušné síly k síle F_2 .



Výpočet momentu v místě síly F_2 :

$$M_{F_2} = R_a \cdot 4 - F_1 \cdot 3 = 7 \cdot 4 - 5 \cdot 3 = 13 \text{ kNm}$$

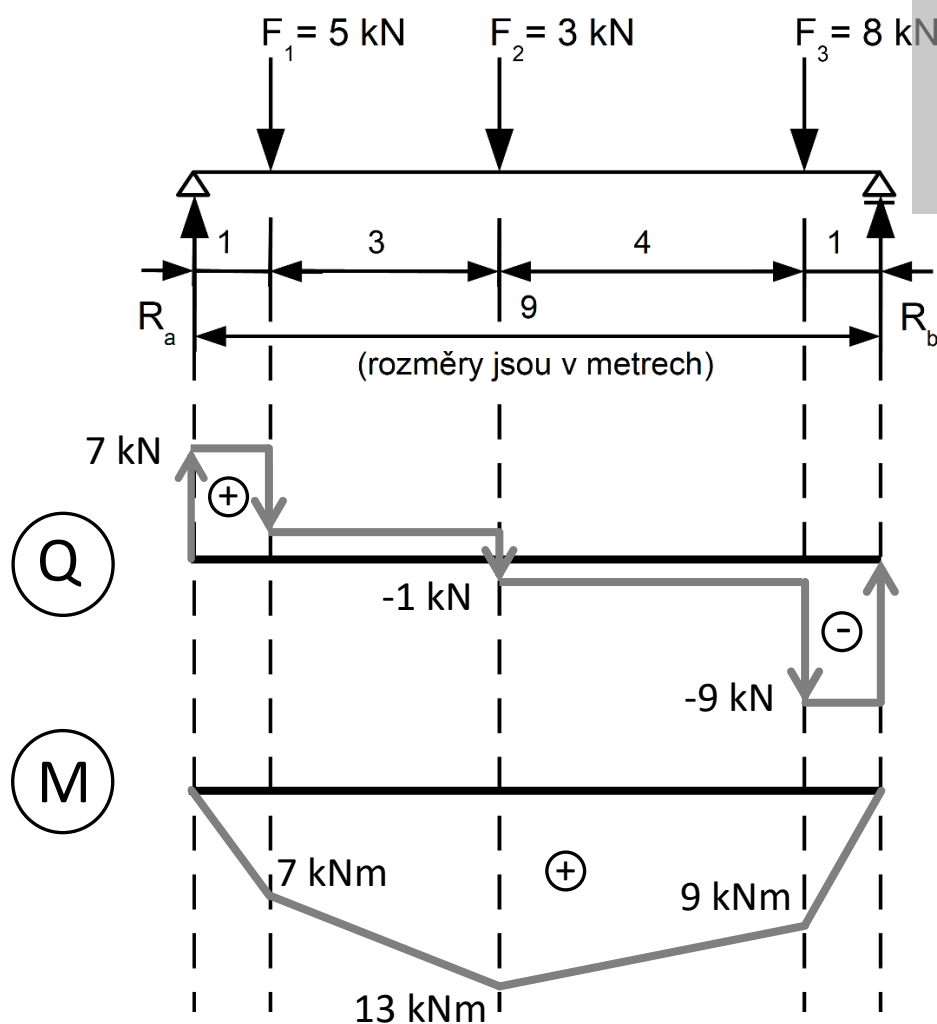
Postupně odkrýváme nosník směrem doleva. Odkryjeme nosník až po sílu F_3 . Nyní na odkryté části vyvozuje kladný ohybový moment reakce R_a a záporné ohybové momenty síly F_1 a F_2 . Momenty od sil F_1 a F_2 působí proti momentu od reakce R_a , proto mezi silami F_2 a F_3 bude mít průběh ohybového momentu opačný sklon. Veškeré vzdálenosti (ramena) sil měříme od příslušné síly k síle F_3 .



Výpočet momentu v místě síly F_3 :

$$M_{F_3} = R_a \cdot 8 - F_1 \cdot 7 - F_2 \cdot 4 = 7 \cdot 8 - 5 \cdot 7 - 3 \cdot 4 = 9 \text{ kNm}$$

Odkryjeme nosník až po podporu b. Nyní na odkryté části vyvozuje kladný ohybový moment reakce R_a a záporné ohybové momenty síly F_1 , F_2 a F_3 . Veškeré vzdálenosti (ramena) sil měříme od příslušné síly k podpoře b. Pokud máme výpočet správně, musí nám na konci nosníku (tj. v podpoře b) vyjít moment nula.



Výpočet momentu v místě síly F_3 :

$$M_b = R_a \cdot 9 - F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 5 - F_3 \cdot 1$$

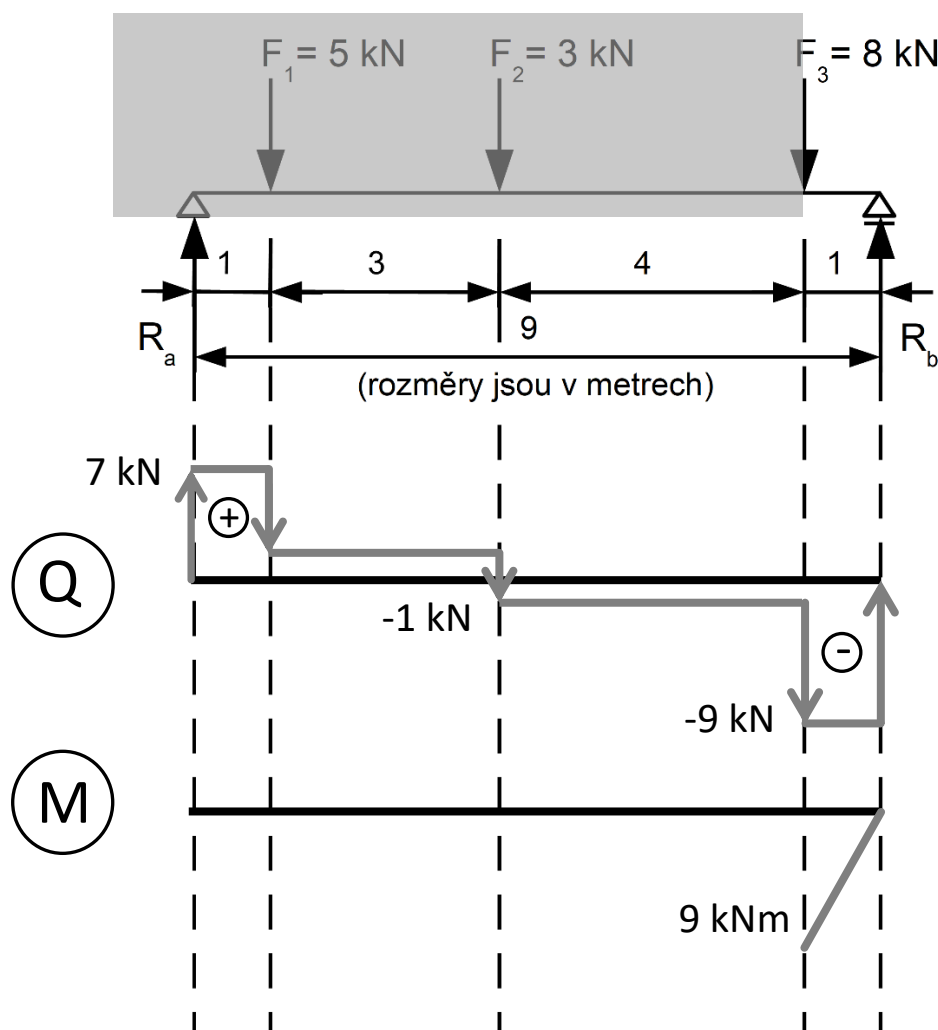
$$M_b = 7 \cdot 9 - 5 \cdot 8 - 3 \cdot 5 - 8 \cdot 1 = 0$$

Máme hotovo!

Všimněte si, že maximální moment nám vyšel v místě působivosti síly F_2 . Ve stejném bodě přechází obrazec posouvající síly z kladné do záporné části.

b) Vykreslení ohybových momentů zprava.

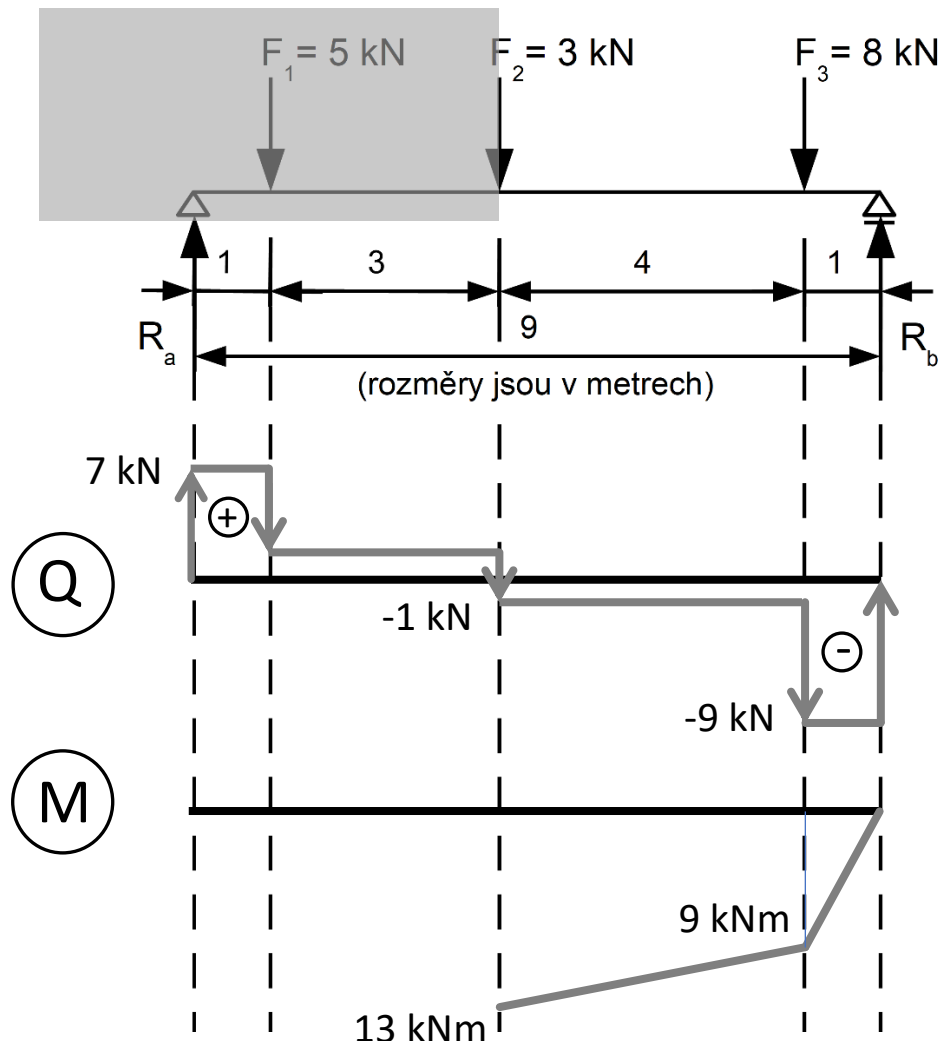
Zakryjeme celý nosník a necháme odkrytou jen pravou část po druhou sílu zprava. Opět si připravíme osu nosníku, tentokrát pod obrázek posouvajících sil. Na odkryté části působí pouze reakce R_b . Reakce vyvozuje na odkryté části ohybový moment, jehož velikost je rovna násobku reakce a jejího ramena. V tomto případě bude střed otáčení v působišti síly F_3 . Rameno reakce 1 m. Sílu F_3 nebereme v potaz, protože má nulové rameno (působí ve středu otáčení). Protože mezi silami R_b a F_3 nepůsobí žádné spojitě zatížení, bude průběh ohybového momentu tvořit šikmá přímka. Protože s působištem síly F_3 otáčí reakce proti směru hodinových ručiček, vyvozuje kladný moment, který u prostého nosníku vynášíme směrem dolů (strana tažených vláken).



Výpočet momentu v místě síly F_3 :

$$M_{F_3} = R_b \cdot 1 = 9 \cdot 1 = 9 \text{ kNm}$$

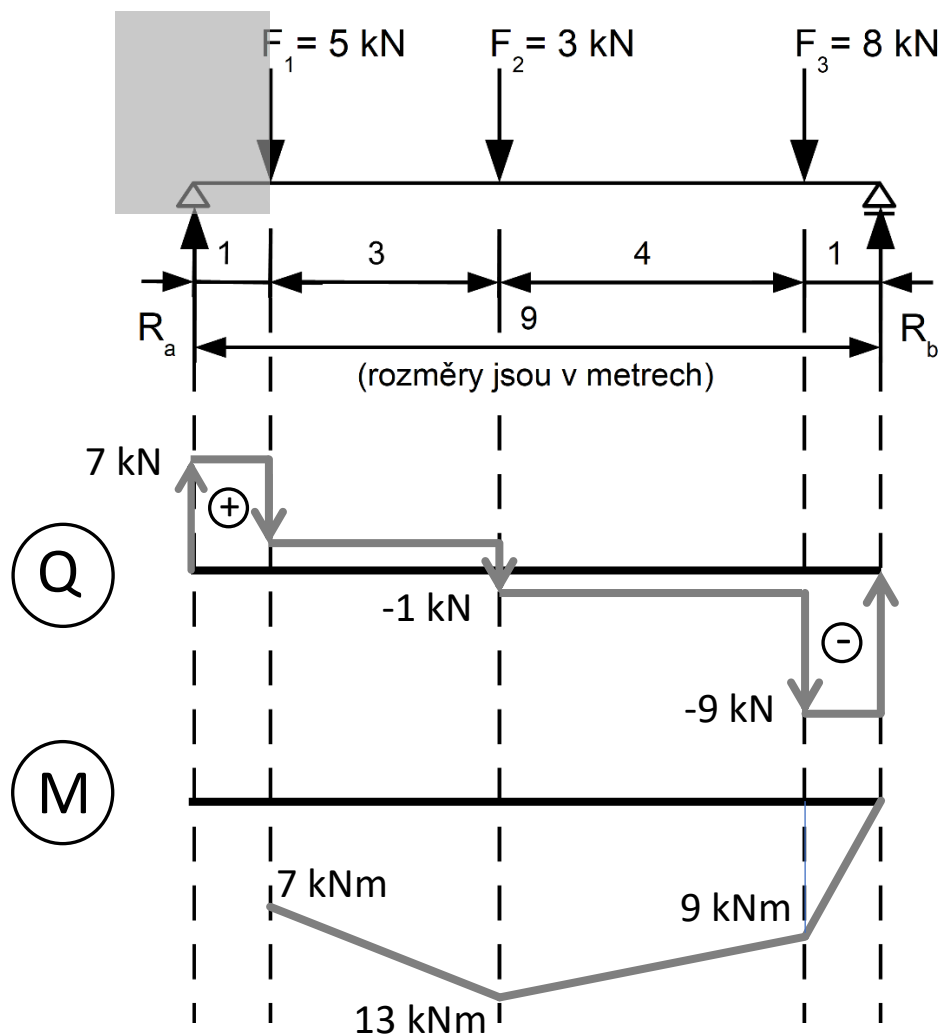
Postupně odkrýváme nosník směrem doprava. Odkryjeme nosník až po sílu F_2 . Nyní na odkryté části vyvozuje kladný ohybový moment reakce R_b a záporný ohybový moment síla F_3 . Oba momenty působí proti sobě, proto mezi silami F_2 a F_3 bude průběh ohybového momentu méně šikmý. Veškeré vzdálenosti (ramena) sil měříme od příslušné síly k síle F_2 .



Výpočet momentu v místě síly F_2 :

$$M_{F_2} = R_b \cdot 5 - F_3 \cdot 4 = 9 \cdot 5 - 8 \cdot 4 = 13 \text{ kNm}$$

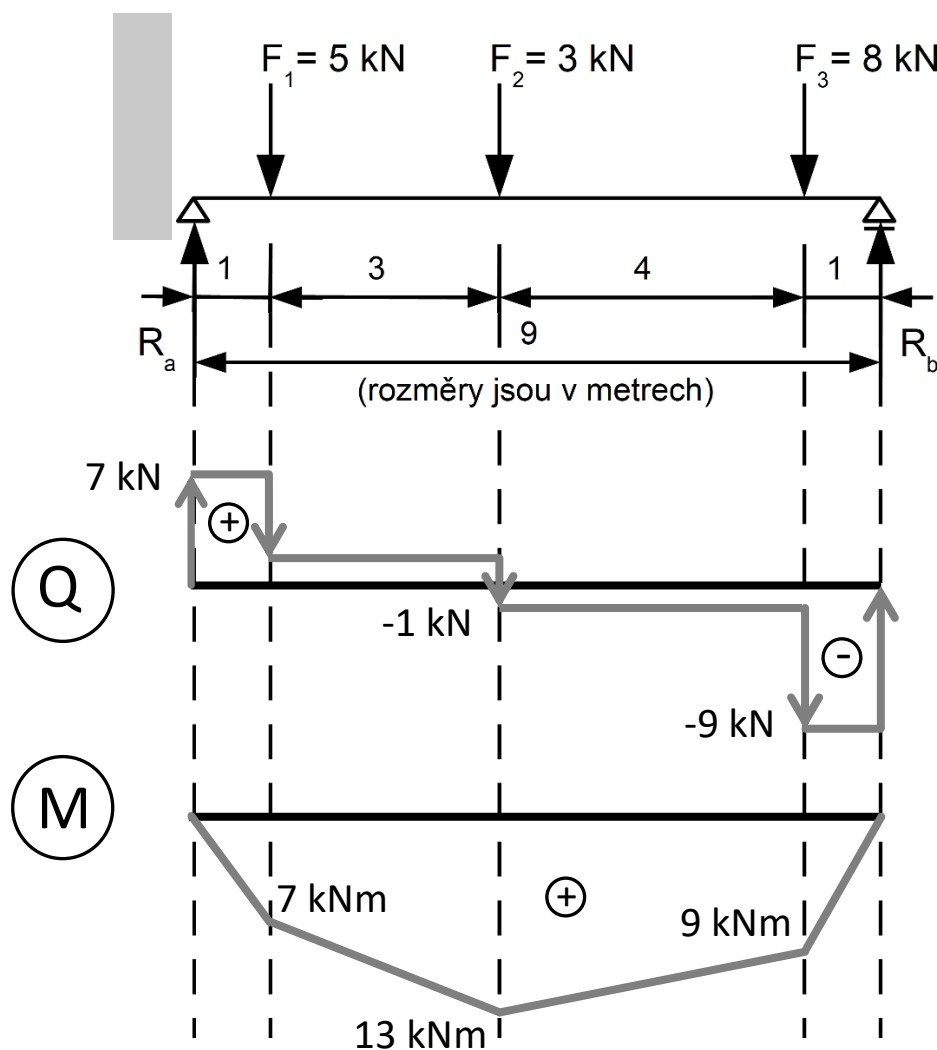
Postupně odkrýváme nosník směrem doprava. Odkryjeme nosník až po sílu F_1 . Nyní na odkryté části vyvozuje kladný ohybový moment reakce R_b a záporné ohybové momenty síly F_2 a F_3 . Veškeré vzdálenosti (ramena) sil měříme od příslušné síly k síle F_1 .



Výpočet momentu v místě síly F_1 :

$$M_{F_1} = R_b \cdot 8 - F_3 \cdot 7 - F_2 \cdot 3 = 9 \cdot 8 - 8 \cdot 7 - 3 \cdot 3 = 7 \text{ kNm}$$

Odkryjeme nosník až po podporu a. Nyní na odkryté části vyvozuje kladný ohybový moment reakce R_b a záporné ohybové momenty síly F_1 , F_2 a F_3 . Veškeré vzdálenosti (ramena) sil měříme od příslušné síly k podpoře a. Pokud máme výpočet správně, musí nám na konci nosníku (tj. v podpoře a) vyjít moment nula.



Výpočet momentu v místě síly F_3 :

$$M_a = R_b \cdot 9 - F_3 \cdot 8 - F_2 \cdot 4 - F_1 \cdot 1$$

$$M_b = 9 \cdot 9 - 8 \cdot 8 - 3 \cdot 4 - 5 \cdot 1 = 0$$

Máme hotovo!

Všimněte si, že nám obrazec vyšel stejný, jako při vykreslování zleva. Při vykreslování volíme takový směr, aby bylo vykreslení co nejjednodušší. Můžeme oba směry také kombinovat.