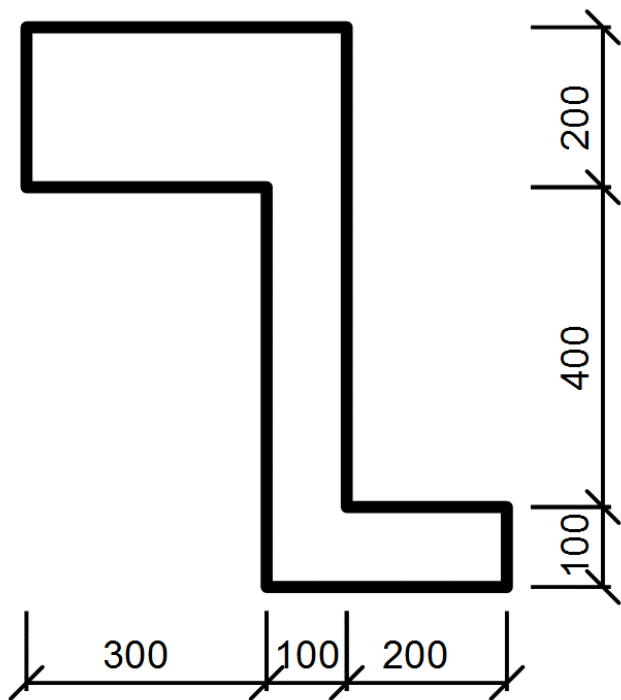
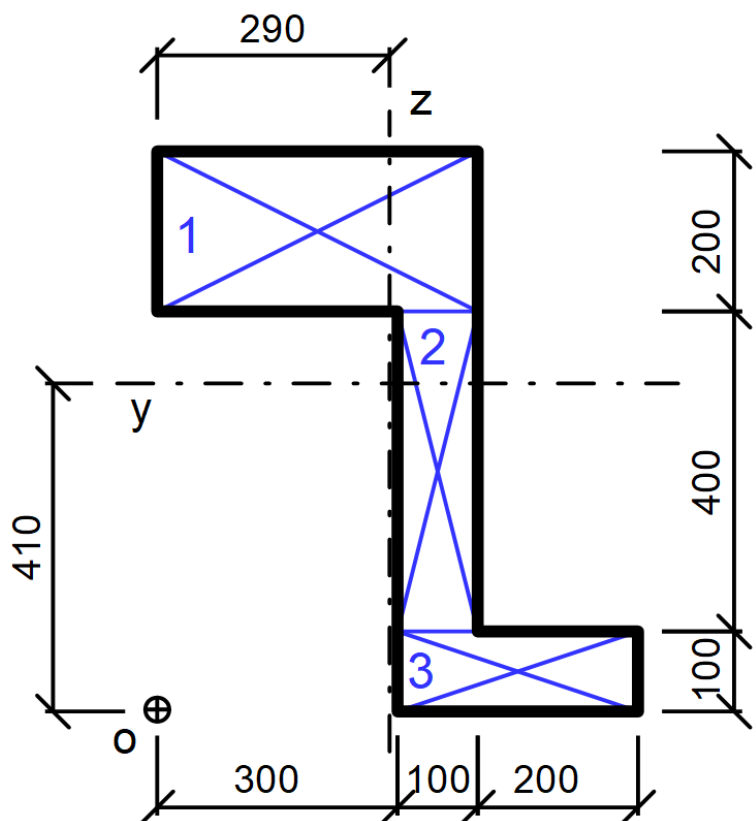


**Najděte polohu těžiště!**



Poznámka: veškeré rozměry jsou v milimetrech.

Najděte polohu těžiště!



Poznámka: veškeré rozměry jsou v milimetrech.

$$1. A_1 = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08 \text{ m}^2 \quad A_2 = 0,1 \cdot 0,4 = 0,04 \text{ m}^2$$

$$A_3 = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03 \text{ m}^2 \quad A_c = 0,08 + 0,04 + 0,03 = 0,15 \text{ m}^2$$

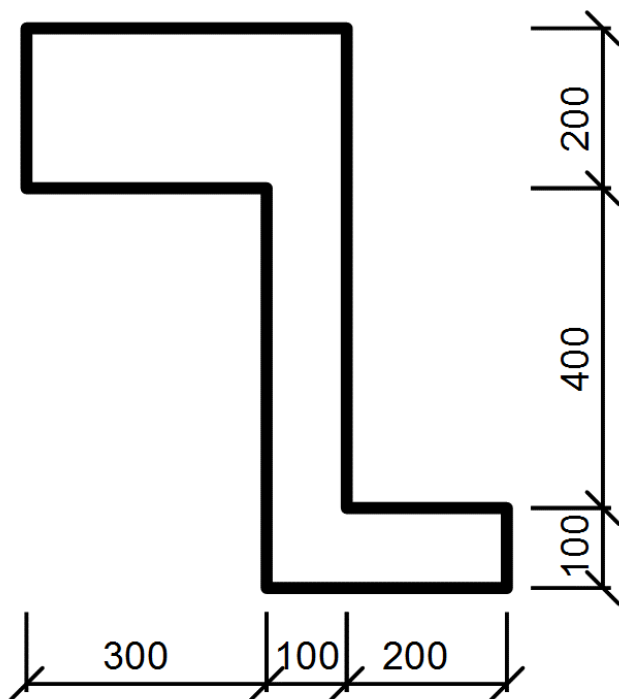
$$2. \text{ Osa } y: A_c \cdot z_t = \sum A_i \cdot z_i \rightarrow z_t = \frac{\sum A_i \cdot z_i}{A_c}$$

$$z_t = \frac{0,08 \cdot 0,6 + 0,04 \cdot 0,3 + 0,03 \cdot 0,05}{0,15} = 0,41 \text{ m}$$

$$3. \text{ Osa } z: A_c \cdot y_t = \sum A_i \cdot y_i \rightarrow y_t = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{A_c}$$

$$y_t = \frac{0,08 \cdot 0,2 + 0,04 \cdot 0,35 + 0,03 \cdot 0,45}{0,15} = 0,29 \text{ m}$$

## Ukázka více možných variant výpočtu.



Poznámka: veškeré rozměry jsou v milimetrech.

Existují čtyři typické způsoby řešení, které se liší dle volby souřadnicového systému (osy  $y_0$  a  $z_0$ ) a volby dělení průřezu na obrazce. Dle volby dosazujeme znaménka ploch dílčích obrazců a znaménka souřadnic těžišť dílčích obrazců.

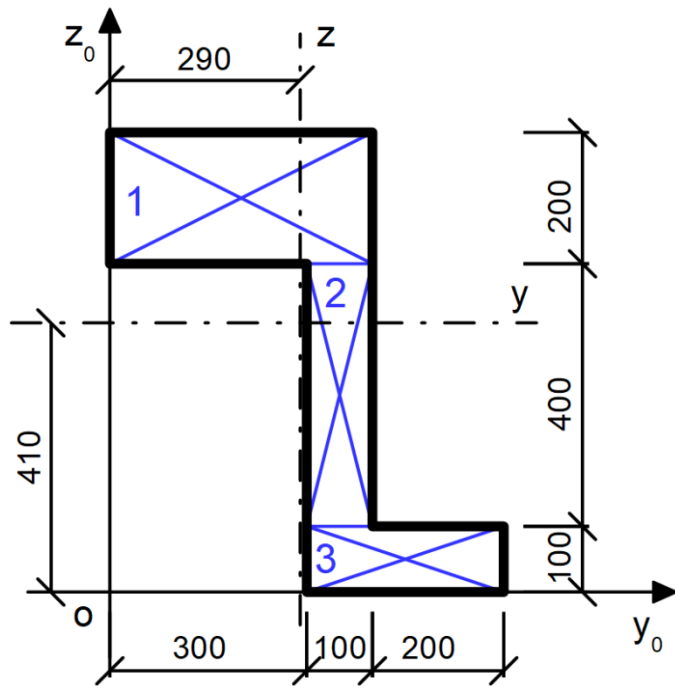
- Uvažujeme pouze s dílčími obrazci, které jsou uvnitř řešeného průřezu a souřadnicovými osami, které neprocházejí přes plochu průřezu.
- Uvažujeme pouze s dílčími obrazci, které jsou uvnitř řešeného průřezu a souřadnicovými osami procházejícími přes řešený průřez.
- Uvažujeme s dílčími obrazci, které přesahují řešený průřez a souřadnicovými osami, které neprocházejí přes plochu průřezu.
- Uvažujeme s dílčími obrazci, které přesahují řešený průřez a souřadnicovými osami procházejícími přes řešený průřez.

$$A_c \cdot z_t = \sum (\pm) A_i \cdot (\pm) z_i$$

**Plochy:** existující plochy mají vždy znaménko +, plochy přidané navíc mají vždy znaménko –, celková plocha průřezu má vždy kladné znaménko, plocha vzniklá sečtením všech dílčích ploch má vždy kladné znaménko.

**Souřadnice:** mají znaménko dle polohy vůči souřadnicovým osám, zda leží na kladné nebo záporné straně souřadnicové osy.

**Varianta A – stejná jako v sešitu jen doplněna znaménka a vysvětlení**



$$4. \quad A_1 = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08 \text{ m}^2 \quad A_2 = 0,1 \cdot 0,4 = 0,04 \text{ m}^2$$

$$A_3 = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03 \text{ m}^2 \quad A_c = 0,08 + 0,04 + 0,03 = 0,15 \text{ m}^2$$

$$5. \text{ Osa } y: A_c \cdot z_t = \sum A_i \cdot z_i \rightarrow z_t = \frac{\sum A_i \cdot z_i}{A_c}$$

$$z_t = \frac{+0,08 \cdot (+0,6) + (+0,04) \cdot (+0,3) + (+0,03) \cdot (+0,05)}{0,15}$$

$$= +0,41 \text{ m}$$

$$6. \text{ Osa } z: A_c \cdot y_t = \sum A_i \cdot y_i \rightarrow y_t = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{A_c}$$

$$y_t = \frac{+0,08 \cdot (+0,2) + (+0,04) \cdot (+0,35) + (+0,03) \cdot (+0,45)}{0,15}$$

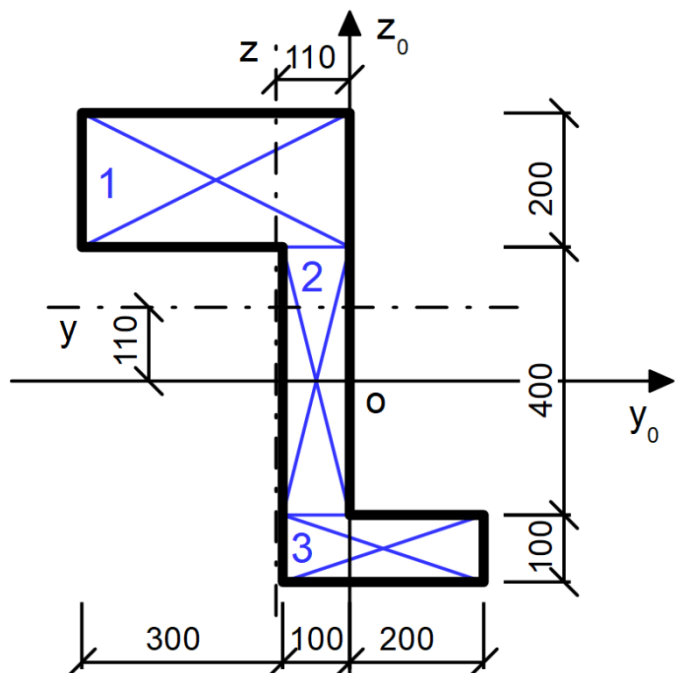
$$= +0,29 \text{ m}$$

Poznámka: veškeré rozměry jsou v milimetrech. Osy  $y_0/z_0$  jsou pomocné souřadnicové osy. Osy  $y/z$  (čerchované) jsou těžištní osy řešeného průřezu.

**Veškeré plochy jsou skutečné, proto mají všechny znaménko +.**

**Veškeré souřadnice dílčích těžišť leží na kladném směru os, proto mají všechny znaménko +.**

## Varianta B



Poznámka: veškeré rozměry jsou v milimetrech. Osy  $y_0/z_0$  jsou pomocné souřadnicové osy. Osy  $y/z$  (čerchované) jsou těžištní osy řešeného průřezu.

1. Plochy viz varianta A

$$2. \text{ Osa } y: A_c \cdot z_t = \sum A_i \cdot z_i \rightarrow z_t = \frac{\sum A_i \cdot z_i}{A_c}$$

$$z_t = \frac{+0,08 \cdot (+0,3) + (+0,04) \cdot 0 + (+0,03) \cdot (-0,25)}{0,15}$$

$$= \frac{0,08 \cdot 0,3 - 0,03 \cdot 0,25}{0,15} = +0,11 \text{ m}$$

$$3. \text{ Osa } z: A_c \cdot y_t = \sum A_i \cdot y_i \rightarrow y_t = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{A_c}$$

$$y_t = \frac{+0,08 \cdot (-0,2) + (+0,04) \cdot (-0,05) + (+0,03) \cdot (+0,05)}{0,15}$$

$$= \frac{-0,08 \cdot 0,2 - 0,04 \cdot 0,05 + 0,03 \cdot 0,05}{0,15} = -0,11 \text{ m}$$

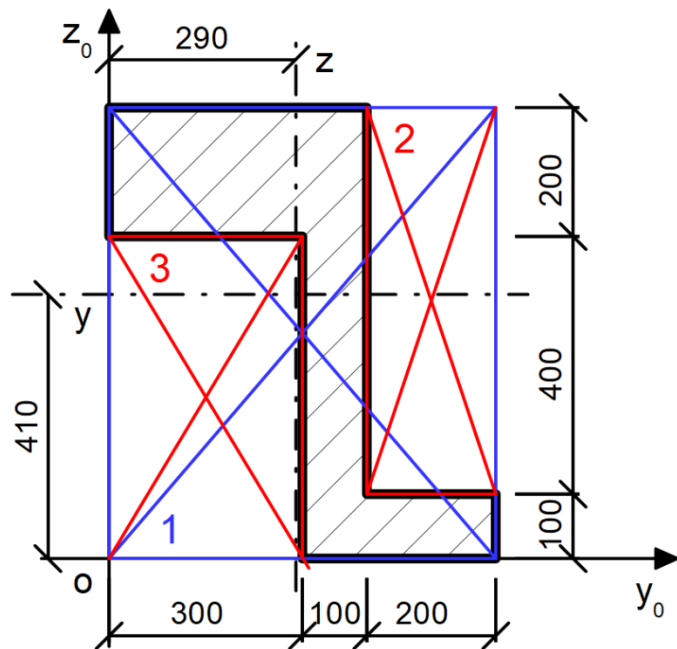
**Veškeré plochy jsou skutečné, proto mají všechny znaménko +.**

**V případě osy  $y$ : těžiště plochy  $A_1$  se nachází na kladném směru osy  $z_0$ , proto má souřadnice znaménko  $+0,3$ ; těžiště plochy  $A_2$  se nachází na ose  $y_0$ , proto je souřadnice  $0$ ; těžiště plochy  $A_3$  se nachází na záporném směru osy  $z_0$ , proto má souřadnice znaménko  $-0,25$ .**

**V případě osy  $z$ : těžiště ploch  $A_{1,2}$  se nachází na záporném směru osy  $y_0$ , proto mají souřadnice znaménko  $-0,2/-0,05$ ; těžiště plochy  $A_3$  se nachází na kladném směru osy  $y_0$ , proto má souřadnice znaménko  $+0,05$ .**

**Souřadnice  $z_t$  je kladná, proto osu  $y$  posouváme nahoru. Souřadnice  $y_t$  je záporná, proto osu  $z$  posouváme doleva.**

## Varianta C



Poznámka: veškeré rozměry jsou v milimetrech. Osy  $y_0/z_0$  jsou pomocné souřadnicové osy. Osy  $y/z$  (čerchované) jsou těžištní osy řešeného průřezu.

$$1. A_1 = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42 \text{ m}^2 \quad A_2 = 0,2 \cdot 0,6 = 0,12 \text{ m}^2$$

$$A_3 = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15 \text{ m}^2 \quad A_c = 0,15 \text{ m}^2$$

$$2. \text{ Osa } y: A_c \cdot z_t = \sum A_i \cdot z_i \rightarrow z_t = \frac{\sum A_i \cdot z_i}{A_c}$$

$$z_t = \frac{+0,42 \cdot (+0,35) + (-0,12) \cdot (+0,4) + (-0,15) \cdot (+0,25)}{0,15}$$

$$= \frac{0,42 \cdot 0,35 - 0,12 \cdot 0,4 - 0,15 \cdot 0,25}{0,15} = +0,41 \text{ m}$$

$$3. \text{ Osa } z: A_c \cdot y_t = \sum A_i \cdot y_i \rightarrow y_t = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{A_c}$$

$$y_t = \frac{+0,42 \cdot (+0,3) + (-0,12) \cdot (+0,5) + (-0,15) \cdot (+0,15)}{0,15}$$

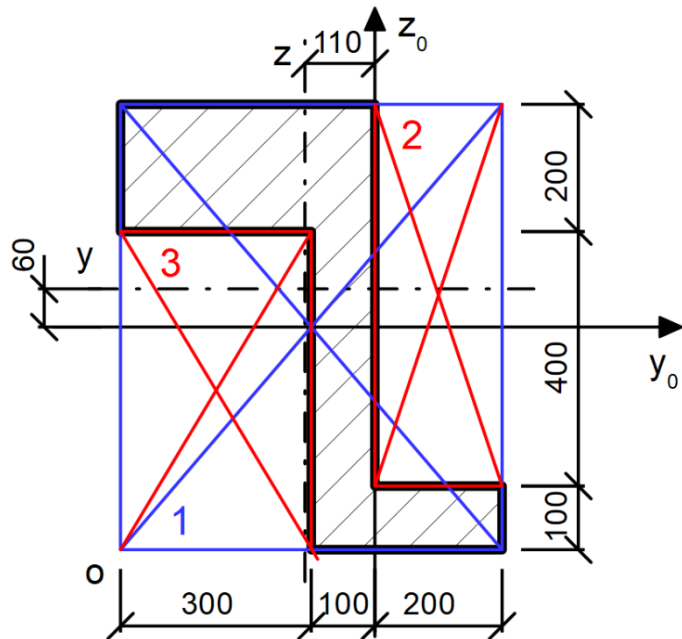
$$= \frac{0,42 \cdot 0,3 - 0,12 \cdot 0,5 - 0,15 \cdot 0,15}{0,15} = +0,29 \text{ m}$$

Plochy  $A_{2,3}$  jsou přidané (tj. neexistují), proto mají záporné znaménko.

Plocha  $A_1$  zahrnuje všechny ostatní dílčí plochy, proto má kladné znaménko.

Veškeré souřadnice dílčích těžišť leží na kladném směru os, proto mají všechny znaménko +.

## Varianta D



Poznámka: veškeré rozměry jsou v milimetrech. Osy  $y_0/z_0$  jsou pomocné souřadnicové osy. Osy  $y/z$  (čerchované) jsou těžištní osy řešeného průřezu.

1. Plochy viz varianta D

$$2. \text{ Osa } y: A_c \cdot z_t = \sum A_i \cdot z_i \rightarrow z_t = \frac{\sum A_i \cdot z_i}{A_c}$$

$$z_t = \frac{+0,42 \cdot 0 + (-0,12) \cdot (+0,05) + (-0,15) \cdot (-0,1)}{0,15}$$

$$= \frac{-0,12 \cdot 0,05 + 0,15 \cdot 0,1}{0,15} = +0,06 \text{ m}$$

$$3. \text{ Osa } z: A_c \cdot y_t = \sum A_i \cdot y_i \rightarrow y_t = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{A_c}$$

$$y_t = \frac{+0,42 \cdot (-0,1) + (-0,12) \cdot (+0,1) + (-0,15) \cdot (-0,25)}{0,15}$$

$$= \frac{-0,42 \cdot 0,1 - 0,12 \cdot 0,1 + 0,15 \cdot 0,25}{0,15} = -0,11 \text{ m}$$

Plochy  $A_{2,3}$  jsou přidáné (tj. neexistují), proto mají záporné znaménko.

Plocha  $A_1$  zahrnuje všechny ostatní dílčí plochy, proto má kladné znaménko.

V případě osy  $y$ : těžiště plochy  $A_1$  se nachází na ose  $y_0$ , proto je souřadnice 0; těžiště plochy  $A_2$  se nachází na kladném směru osy  $z_0$ , proto má souřadnice znaménko  $+0,05$ ; těžiště plochy  $A_3$  se nachází na záporném směru osy  $z_0$ , proto má souřadnice znaménko  $-0,1$ .

Souřadnice  $z_t$  je kladná, proto osu  $y$  posouváme nahoru. Souřadnice  $y_t$  je záporná, proto osu  $z$  posouváme doleva.